



**BUKU RANCANGAN PENGAJARAN (BRP)**

**MATA KULIAH**

**FISIKA MATEMATIKA 1**

**oleh**

**Dr. Budhy Kurniawan  
Dr. Vivi Fauzia, M.Si**

**Program Studi S1 Fisika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Indonesia  
Depok**

**Mei 2016**

## PENGANTAR

Buku Rancangan Pembelajaran atau disingkat BRP berisi rencana pembelajaran selama satu semester. BRP disusun untuk digunakan sebagai acuan pembelajaran mata kuliah Fisika Matematika 1 di Departemen Fisika FMIPA UI.

Mata kuliah Fisika Matematika 1 dijadualkan untuk diikuti oleh semua mahasiswa fisika semester 3 sebagai matakuliah dasar fisika yang harus dikuasai untuk mengikuti matakuliah selanjutnya yaitu Fisika Matematika 3 dan Fisika Energi. Pada semester yang sama, mahasiswa diwajibkan mengambil mata kuliah Fisika Matematika 2.

Pada mata kuliah Fisika Matematika 1, mahasiswa akan mempelajari analisis vektor, persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, transformasi koordinat dan analisis tensor dan menerapkannya dalam persoalan Fisika.

Dengan telah disusunnya BRP ini, diharapkan dapat menjadi acuan proses pembelajaran bagi dosen dan pembelajaran bagi mahasiswa peserta kuliah pada khususnya dan bagi masyarakat yang ingin mempelajarinya.

Depok, Mei 2016

ttd

**Dr. Budhy Kurniawan**  
**Dr. Vivi Fauzia, M.Si**

## I. Informasi Umum

1. Nama Program Studi / Jenjang Studi : Fisika / S1
2. Nama Mata Kuliah : Fisika Matematika 1
3. Kode Mata Kuliah : SCFI602211
4. Semester Ke- : 3
5. Jumlah SKS : 3 SKS
6. Metode Pembelajaran : Cooperative & Self-Direct Learning
7. Mata Kuliah yang Menjadi Prasyarat : Matematika Dasar 2
8. Menjadi Prasyarat untuk Mata Kuliah : Fisika Matematika 3, Fisika Energi
9. Integrasi Antara Mata Kuliah : Tidak ada
10. Dosen Pengampu :
  1. Dr. Budhy Kurniawan
  2. Dr. Vivi Fauzia, M.Si
11. Deskripsi Mata Kuliah : Pada mata kuliah Fisika Matematika 1, mahasiswa akan mempelajari analisis vektor, persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, transformasi koordinat dan analisis tensor dan menerapkannya dalam persoalan Fisika.

## **II. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK) dan Kemampuan pada Akhir Tahap Pembelajaran (Sub-CPMK)**

### **A. CPMK**

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa semester 3 mampu menerapkan konsep-konsep dasar matematika berupa analisis vektor, sistem koordinat dan transformasi koordinat, persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial dan analisis tensor dalam penyelesaian berbagai persoalan fisika dasar.

### **B. Sub-CPMK**

1. Menjelaskan konsep analisis vektor (C2)
2. Menghitung operasi vektor, diferensial dan integral vektor (C3)
3. Menerapkan konsep analisis vektor untuk pemecahan persoalan fisika (C3)
4. Menjelaskan konsep sistem koordinat dan transformasi koordinat (C2)
5. Menghitung transformasi koordinat, koordinat kurvilinier dan operator diferensial pada koordinat kurvilinier (C3)
6. Menerapkan sistem koordinat dan transformasi koordinat untuk pemecahan persoalan fisika (C3)
7. Menjelaskan persamaan diferensial biasa (C2)
8. Menghitung PDB orde ke-1 dan orde ke-2 dalam persoalan fisika solusi deret - Metoda Frobeniu (C3)
9. Menerapkan persamaan diferensial biasa untuk pemecahan persoalan fisika (C3)
10. Menjelaskan persamaan diferensial parsial (PDP), dan menghitung (C3) PDP orde ke-1 dan ke-2 (C3)
11. Menerapkan persamaan diferensial parsial yang sesuai untuk pemecahan persoalan fisika (C3)
12. Mendiskusikan (C2) konsep analisis tensor
13. Menghitung sifat dan transformasi tensor, Jacobian, diferensial dan kalkulus tensor (C3)
14. Menerapkan (C3) konsep analisis tensor yang sesuai untuk pemecahan persoalan fisika dasar (C3)

### III. Rencana Pembelajaran

Minggu Ke	Sub-CPMK	Bahan Kajian	Metode Pembelajaran	Waktu yang Dibutuhkan	Pengalaman Belajar (*O-L-U)	Bobot Penerapan Sub-CPMK Pada MK (%)	Indikator Pencapaian Sub-CPMK	Referensi
1	1	Analisis Vektor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	Menjelaskan konsep Analisis Vektor	No. 3 Hal 123-124
2	2	Analisis Vektor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	Menghitung operasi vektor, diferensial dan integral vektor	No. 3 Hal 143-159
3	3	Analisis Vektor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	Menerapkan konsep analisis vektor untuk pemecahan persoalan fisika	No. 3 Hal 125-132
4	4	Sistem koordinat dan transformasi koordinat	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	Menjelaskan konsep sistem koordinat dan transformasi koordinat	No. 3 Hal 133-139
5	5	Sistem koordinat dan transformasi koordinat	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	menghitung tansformasi koordinat, koordinat kurvilinier dan operator diferensial pada koordinat kurvilinier	No. 3 Hal 140-172
6	6	Sistem koordinat dan transformasi koordinat	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	6	menerapkan sistem koordinat dan transformasi koordinat untuk pemecahan persoalan fisika	No. 3 Hal 173-182
7	<b>Ujian Tengah Semester</b>							
8	7	Persamaan diferensial biasa (PDB)	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%)	8	menjelaskan konsep persamaan diferensial biasa	No. 3 Hal 329-345

					U :Pleno &umpan balik (30%)			
9	8	Persamaan diferensial biasa (PDB)	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	menghitung PDB orde ke-1 dan orde ke-2 dalam persoalan fisika solusi deret - Metoda Frobeniu	No. 3 Hal 346-358
10	9	Persamaan diferensial biasa (PDB)	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	Mahasiswa mampu memilih dan menerapkan persamaan diferensial biasa untuk pemecahan persoalan fisika	No. 3 Hal 359-380
11	10	Persamaan diferensial parsial (PDP)	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	menghitung diferensial parsial (PDP) orde ke-1 dan ke-2	No. 3 Hal 401-432
12	11	Persamaan diferensial parsial (PDP)	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	menerapkan persamaan diferensial parsial yang sesuai untuk pemecahan persoalan fisika	No. 3 Hal 433-446
13	12	Analisis Tensor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	Menjelaskan konsep analisis tensor	No. 3 Hal 205-217
14	13	Analisis Tensor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	menghitung sifat dan transformasi tensor, Jacobian, diferensial dan kalkulus tensor	No. 3 Hal 218-242
15	14	Analisis Tensor	Cooperative &Self-Directed Learning	150 menit	O : Pengantar (30%) L : Tugas mandiri dan kelompok (40%) U :Pleno &umpan balik (30%)	8	menerapkan konsep analisis tensor yang sesuai untuk pemecahan persoalan fisika dasar	No. 3 Hal 243-250
16	<b>Ujian Akhir Semester</b>							

\*) O : Orientasi  
L : Latihan

U : Umpan Balik

Referensi:

1. M.L. Boas, Mathematical Methods in The Physical Sciences 3<sup>rd</sup> ed, John Wiley & Sons, 1983
2. B.D. Gupta, Mathematical Physics, Vikas Publishing, 1993
3. G.B. Arfken and H.J. Weber, Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, 1995
4. L.A. Pipes and L.R. Harvill, Applied Mathematics for Engineers and Physicist, McGraw Hill,1970.

#### IV. Rancangan Tugas dan Latihan

Minggu Ke	Nama Tugas	Sub-CPMK	Penugasan	Ruang Lingkup	Cara Pengerjaan	Batas Waktu	Luaran Tugas yang Dihasilkan
1-3	Tugas Mandiri	1, 2, 3	Soal	a. Operasi vektor , diferensiasi dan integral vektor b. Aplikasi analisis vektor dalam persoalan fisika	Di kelas/ berkelompok, Mandiri dan Online	100 menit	<i>Power point dosen</i> ,lembar tugas mandiri dan kelompok
4-6	Tugas Mandiri	4,5, 6	Soal	a. Transformasi koordinat, koordinat kurvilinier dan operator diferensial pada koordinat kurvilinier b. Aplikasi transformasi koordinat dalam persoalan fisika.	Di kelas/ berkelompok, Mandiri dan Online	100 menit	<i>Power point dosen</i> ,lembar tugas mandiri dan kelompok
7	Ujian Tengah Semester						
8-10	Tugas Kelompok	7,8,9	Soal	a. PDB orde ke-1, PDB koefisien konstan, PDB linier orde ke-2 dan solusi deret-Metoda Frobenius b. Aplikasi PDB orde 1 dan orde ke-2 dalam persoalan fisika	Di kelas/ berkelompok, Mandiri dan Online	100 menit	<i>Power point dosen</i> ,lembar tugas mandiri dan kelompok
11-12	Tugas Kelompok	10,11	Soal	a. PDP orde ke-1, separasi variabel dan PDP orde ke-2 b. Aplikasi PDP orde 1 dan orde ke-2 dalam persoalan fisika	Di kelas/ berkelompok, Mandiri dan Online	100 menit	<i>Power point dosen</i> ,lembar tugas mandiri dan kelompok
13-15	Tugas Kelompok	12,13,14	Soal	a. Sifat-sifat, transformasi, Jacobian, diferensial dan kalkulus tensor tensor b. Aplikasi tensor dalam persoalan fisika			
16	Ujian Akhir Semester						



## V. Kriteria Penilaian (Evaluasi Hasil Pembelajaran)

Bentuk Evaluasi	Sub-CPMK	Instrumen/Jenis Asesmen	Frekuensi	Bobot Evaluasi (%)
Tugas Mandiri	1-6	Evaluasi tugas mandiri	3	25
Tugas Kelompok	7-14	Evaluasi tugas kelompok	2	25
UTS	1-6	Evaluasi tugas mandiri	1	25
UAS	7-14	Evaluasi tugas mandiri	1	25
<b>Total</b>				<b>100</b>

## VI. Rubrik

### A. Kriteria Nilai Tugas dan Ujian

Nilai	Kualitas Jawaban
100	Jawaban sangat tepat, semua pengertian dan komponen utama lengkap
76-99	Jawaban cukup tepat, pengertian dan komponen utama hampir lengkap
51-75	Jawaban kurang tepat, pengertian dan komponen utama kurang lengkap
26-50	Jawaban sangat kurang tepat, pengertian dan komponen utama sangat kurang lengkap
<25	Jawaban salah

## VII. Lampiran: Contoh Soal Ujian

### A. Ujian Tengah Semester

1. Tentukan:

- (a) Laplacian dari medan skalar  $\phi(x, y, z) = xy^2(x^2 - 2y^2 + z^2)e^{\sqrt{x^2+y^2}}$ ,  
(b) curl dari medan vektor  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r^2}$ .

2. Persamaan Maxwell di ruang vakum tanpa muatan dan arus dapat ditulis

$$\begin{aligned} (i) \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0, & (iii) \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ (ii) \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, & (iv) \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \end{aligned}$$

di mana  $\mathbf{E}$  dan  $\mathbf{B}$  adalah medan listrik dan medan magnet.

- (a) Tunjukkan bahwa dengan mengerjakan operasi *curl* pada persamaan-persamaan tersebut, kita dapatkan dua persamaan gelombang elektrik-magnetik (elektromagnetik).

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \mathbf{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

- (b) Dengan nilai-nilai  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2$  dan  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N}/\text{A}^2$ , tunjukkan bahwa gelombang elektromagnetik merambat dengan kecepatan cahaya,  $c \simeq 3 \times 10^8 \text{m/s}$ .

3. Di fisika klasik, momentum angular didefinisikan sebagai  $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  dengan  $\mathbf{p}$  adalah momentum linear. Dalam mekanika kuantum, momentum adalah suatu *operator*, di mana momentum linear didefinisikan sebagai  $\mathbf{p} \equiv -i\hbar \nabla$ . Tunjukkan bahwa operator momentum angular dalam koordinat Kartesian ditulis sebagai:

$$L_x = -i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad L_y = -i\hbar \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad L_z = -i\hbar \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right).$$

4. Sistem koordinat *paraboloid*  $(u, v, \varphi)$  didefinisikan sebagai

$$x = uv \cos \varphi, \quad y = uv \sin \varphi, \quad z = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)^2,$$

dimana  $u \geq 0$ ,  $v \geq 0$ ,  $2\pi > \varphi \geq 0$ . Tentukan (i) gradien, (ii) curl dan (iii) Laplacian dari koordinat tersebut.

## B. Ujian Akhir Semester

1. Model korona matahari mematuhi persamaan aliran panas

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = 0,$$

dengan  $k$  konduktivitas termal yang sebanding dengan  $T^{5/2}$ . Tunjukkan bahwa persamaan aliran panas tersebut berlaku untuk  $T = T_0(r_0/r)^{2/7}$ .

Petunjuk: untuk  $f = f(r)$  berlaku  $\nabla f = \hat{r} \frac{df}{dr}$  dan  $\nabla \cdot (\hat{r} f) = \frac{2f}{r} + \frac{df}{dr}$ .

2. Dalam mekanika kuantum diketahui bahwa  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = -i\hbar \hat{r} \times \nabla$ .

(a) Dengan menggunakan sistem koordinat Cartesian untuk operator  $\nabla$  tuliskan bentuk operator  $L_x$ ,  $L_y$ , dan  $L_z$ .

(b) Dalam koordinat bola buktikan bahwa

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \cos \theta \cos \varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \cos \theta \sin \varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \sin \theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta},\end{aligned}$$

(c) Gunakan hasil di atas untuk membuktikan bahwa

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}.$$

3. Tentukan  $y(x)$  sebagai solusi dari persamaan differensial berikut

(a)  $3x^2y' + 3y^3 = 1$

(b)  $y'' - 4y' + 4y = 0$

4. Radium meluruh menjadi radon yang tidak stabil, sehingga radon juga meluruh menjadi polonium. Jika pada  $t = 0$  hanya terdapat sampel radium dengan jumlah  $N_0$ , dan pada saat  $t$  tertentu jumlah sampel radium, radon, dan polonium berturut-turut adalah  $N_1$ ,  $N_2$ , dan  $N_3$ .

(a) Tuliskan persamaan-persamaan diferensial untuk  $N_1$ ,  $N_2$ , dan  $N_3$ .

(b) Tentukan  $N_1$ ,  $N_2$ , dan  $N_3$  sebagai solusi dari persamaan-persamaan diferensial tersebut.